

Trabajo de Farey para el prof.

José Manuel Valdez Valdez

9 de enero de 2017

Introducción

En una publicación anual en London From 1704 to 1841. En la edición del 1747, el siguiente problema Matemático apareció. Encontrar el numero de fracciones (no negativas) diferentes en las cuales el denominador sea menor que 100 y el numerador sea menor o igual que el denominador.

Primer Intento

Primer intento (erróneo) de respuesta Por la conocida formula de Gauss :paso porque se contaban todas las funciones repetida y no repetida y al final tenían que eran igual a 4950

Historia

La primera formulación de la Sucesión de Farey fue por Charles Haros en el año 1812, pero el primero en publicarlo fue John Farey en la Revista "Bulletin de la Societe Philomatique", en el año 1816 la que fue leída por Cauchy en ese año.

Construcción

El problemas es calcular cuantos elementos tiene $F(99)$ $F(n+1) = F(n) \cup [0/1+n, 1/n+1, 2/1+n, \dots, n+1/n+1]$ = al conjunto de sucesiones de fracciones irreductible o comprima. se construye con toda las combinaciones de $0 \rightarrow a$ 99 descartando las superiores a uno y las repetida.

Porque hay 3003 sucesiones de Farey

Dado $n \in \mathbb{N}$ entonces $\phi(n)$ se define como el numero de enteros positivos menores o iguales a n y coprimos con n.

Por Ejemplo: $\phi(5) = 4$ Porque los números coprimos con 5 son el 1, 2, 3, 4 .

$\phi(6) = 2$ Porque los únicos son 1; 5 com el 6

Propiedades de la Función de Euler (p) = $p - 1$ si p es primo. Por ejemplo :

$\phi(5) = 4$. a-) $\phi(m; n) = \phi(m)\phi(n)$ si $\text{mcd}(m, n) = 1$

b-) $\phi(p^k) = (p - 1)p^{k-1}$ si p es primo y k es un numero natural.

La Longitud es dada mediante la siguiente ecuación $|F_{n+1}| - |F_n| = \phi(n+1)$

$$|F_{99}| = |F_1| + (|F_2| - |F_1|) + (|F_3 - F_2|) + \dots + (|F_{99}| - |F_{98}|)$$

$$|F_{99}| = \phi(1) + \phi(2) + \phi(3) + \dots + \phi(99)$$

$$|F_{99}| = \sum_{i=2}^{99} \phi(i) = 1 + 1 + 2 + 2 + 4 + 2 + 6 + \dots + 42 + 60 = 3004$$