

La Conjetura de Casas-Alvero

Ivan Girona Lozano
e-mail: giloi@alumni.uv.es
Universitat de València

Abstract

Exponemos la conjetura de Casas-Alvero sobre el cuerpo \mathbb{C} utilizando la teoría analítica de polinomios. Ésta dice que si $f \in \mathbb{C}[x]$ de forma que sus derivadas comparten una raíz con el polinomio original, entonces f tiene una única raíz de multiplicidad n . Además, encontramos una formulación equivalente de la conjetura para polinomios sobre el plano complejo, hecho que nos puede ayudar a resolverla.

Probamos el Teorema de Gauss-Lucas y como consecuencia, que la envoltura convexa de la derivada j -ésima está contenida en la envoltura convexa de f . Más adelante, vemos que si $f \in \mathbb{C}[x]$ con las hipótesis de la conjetura, entonces, cada raíz es vértice de la envoltura convexa de f si y solo si f tiene nada más que una raíz de multiplicidad n y de aquí obtenemos un nuevo enunciado. Por otro lado, para ver el segundo nuevo enunciado, vemos resultados que nos llevan a demostrar que si Γ estrictamente convexo y $f \in \mathbb{C}[x]$ con las raíces contenidas en la frontera de Γ , entonces f tiene nada más que una raíz de multiplicidad n .

References

- [1] PLSTRA, T., *Convex Hulls and the Casas-Alvero Conjecture for the Complex Plane*, Georgia State University, Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal, Vol. 13: Issue 1, Article 2 (2012).
- [2] JERÓNIMO-CASTRO, J., *Propiedades geométricas de las raíces de un polinomio de variable compleja*, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, México, Miscelanea Matemática 59 (2014).