

Trabajo Final de Máster

INVESTMAT

Tutor: Pablo Galindo Pastor

Título: Polinomios y funciones analíticas simétricas en espacios de Banach

Resumen: El objetivo de este trabajo es introducir al estudiante en el tema indicado y recoger diversos resultados de su investigación, algunos muy recientes.

Se trata de estudiar los polinomios en un espacio de Banach E invariantes invariantes bajo ciertas transformaciones, tanto individualmente, como formando un álgebra, así como su completación en la topología de la convergencia uniforme en los acotados de E . Uno de los problemas clásicos de las álgebras de Fréchet es el propuesto por E. Michael acerca de si, como en las álgebras de Banach, todo homomorfismo escalar del álgebra es continuo.

Los puntos principales a tratar son:

Polinomios y funciones analíticas simétricas en espacios de dimensión finita con descripción de las bases algebraicas.

Fundamentos de Análisis Complejo en espacios de Banach.

El caso de los espacios ℓ_p , $1 \leq p \leq \infty$. Existencia de bases algebraicas.

El caso de los espacios $L_p([0, 1])$ y $L_p([0, \infty[)$, $1 \leq p \leq \infty$. En este caso la "simetría" significa invariancia respecto a biyecciones que preservan la medida. Existencia de bases algebraicas

El álgebra de las funciones analíticas simétricas de tipo acotado en $L_\infty([0, 1])$ es test para el problema de Michael.

Abstract: The goal of this project is to introduce the student into the mentioned topic and to collect several of its research results, some of them quite recent.

The theme are the polynomials on a Banach space E that are invariant under certain transformations, either individually or as an algebra, even its completion for the topology of the uniform convergence on bounded subsets of E . One of the classic problems in the Fréchet algebra setting is the one raised by E. Michael whether, as in the Banach algebra case, every scalar homomorphism is continuous.

The main points to be dealt with are:

Polynomials and analytic symmetric functions in finite dimensional spaces. Description of the algebraic bases.

Basics of Complex Analysis in Banach spaces.

The case of the spaces ℓ_p , $1 \leq p \leq \infty$. Existence of algebraic bases.

The case of the spaces $L_p([0, 1])$ and $L_p([0, \infty[)$, $1 \leq p \leq \infty$. Here "symmetry" means invariance under bijections that preserve the measure. Existence of algebraic bases.

The algebra of symmetric analytic functions of bounded type on $L_\infty([0, 1])$ is a test algebra for Michael's problem.

Bibliografía:

- **R. Alencar, R. Aron, P. Galindo y A. Zagorodnyuk.** Algebras of Symmetric Holomorphic Functions on ℓ_p . *Bull. London Math. Soc.* **35**(1) (2003), 55-64.
- **R. Aron, P. Galindo, D. Pinasco, I. Zalduendo.** Group-symmetric holomorphic functions on a Banach space. *Bull. Lond. Math. Soc.* **48** (2016), no. 5, 779–796.
- **I. Chernega; A. Zagorodnyuk.** Unbounded symmetric analytic functions on ℓ_1 . *Math. Scand.* **122** (2018), no. 1, 83–90.
- **P. Galindo; T. Vasylyshyn; A. Zagorodnyuk.** The algebra of symmetric analytic functions on L_∞ . *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* **147** (2017), no. 4, 743–761
- **A.I. Kostrikin.** *Introducción al álgebra.* MacGraw-Hill
- **A. G. Kurosch.** *Curso de álgebra superior* . MIR, 1977
- **J. Mujica** *Complex analysis in Banach spaces.* Dover