

Trabajo Final de Máster

INVESTMAT

Tutor: Raúl Oset Sinha

Estudiante: Ignacio Breva Ribes

Título: Teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables

Resumen: El objetivo de este trabajo es el estudio de las bases de la teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables. Se considera como el principio de la teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables los trabajos de H. Whitney en los años 50 cuando demostró que genéricamente una aplicación del plano en el plano sólo tiene puntos de tipo pliegue o cúspide. De hecho, demostró que el conjunto de aplicaciones que sólo tienen pliegues y cúspides es denso en el espacio de aplicaciones C^∞ . A esto le siguieron los trabajos de R. Thom sobre teoría de catástrofes y fue ya en los años 70 cuando J. Mather estableció el marco riguroso y las bases teóricas sobre las que hoy se asienta esta teoría. También debemos mencionar a Arnol'd y sus trabajos pioneros en esa misma década.

La teoría de singularidades tiene una importante influencia en áreas tan diversas como la topología diferencial, la geometría diferencial o la geometría algebraica y a día de hoy es un área con muchísimas salidas. La idea del trabajo es dominar los conceptos básicos de la teoría de singularidades para poder, de cara a un doctorado, elegir el ámbito de aplicación en el que se quiere usar la teoría. Empezaremos con el libro introductorio de C. Gibson. A continuación estudiaremos el libro de Golubitsky y Guillemin. Para finalizar trabajaremos el reciente libro de Mond y Nuño-Ballesteros. En función del tiempo estudiaremos artículos de investigación recientes de distintas áreas de la teoría de singularidades para poder elegir la dirección del doctorado. En concreto, pretendemos leer un artículo de invariantes topológicos, otro de geometría genérica y otro de problemas relacionados con la clasificación de singularidades.

Abstract: The main goal of this project is to study the basics of the theory of singularities of differentiable mappings. The beginning of the theory of singularities of differentiable mappings is considered to be the works of H. Whitney in the 50s when we proved that a generic mapping from the plane into the plane only has fold points or cusps. In fact, he proved that the set of maps that only have cusps and folds is

dense in the space of C^∞ mappings. This was followed by the work of R. Thom about catastrophe theory and then in the 70s J. Mather established the framework and the theoretical setting on which the theory is based nowadays. We must mention Arnol'd and his pioneering publications in that same decade.

The theory of singularities has an important influence in very diverse areas such as differential topology, differential geometry or algebraic geometry and is an area with many different research possibilities. The idea of this project is to control the basic concepts of the theory of singularities in order to select the research line in which it can be applied in a future PhD project. We will begin with the introductory text of C. Gibson and continue with the book by Golubitsky and Guillemin. To finish we will work on the recent book by Mond and Nuño-Ballesteros. Depending on time we will study recent research papers from different areas of the theory of singularities in order to choose the direction of the PhD project. In particular, we would like to study a paper on topological invariants, another one on generic geometry and one on problems related to the classification of singularities.

Bibliografía:

- **Gibson, C. G.** *Singular points of smooth mappings*. Research Notes in Mathematics, 25. Pitman (Advanced Publishing Program), Boston, Mass.-London, 1979. iv+239 pp. ISBN: 0-273-08410-0
- **Golubitsky, M.; Guillemin, V.** *Stable mappings and their singularities*. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 14. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1973. x+209 pp.
- **Mond, D.; Nuño-Ballesteros, J. J.** *Singularities of mappings*. To appear, 2019.
- **Oset Sinha, R.; Romero Fuster, M. C.** *First-order local invariants of stable maps from 3-manifolds to R^3* . Michigan Math. J. 61 (2012), no. 2, 385–414.
- **Oset Sinha, R.; Ruas, M. A. S.; Wik Atique, R.** *Classifying codimension two multigerms*. Math. Z. 278 (2014), no. 1-2, 547–573.
- **Oset Sinha, R.; Tari, F.** *Projections of surfaces in R^4 to R^3 and the geometry of their singular images*. Rev. Mat. Iberoam. 31 (2015), no. 1, 33–50.