Propuestas trabajo fin de máster curso 2020/2021

1. ***Trabajos propuestos sin concertar.***

- **Tutor**: **Pablo Galindo (departamento: Análisis Matemático)**

  Título: Teoremas de función inversa.

  Resumen: Se estudian diversos resultados que contienen condiciones para que una aplicación tenga inversa de su misma clase. Por ejemplo, para funciones holomorfas de varias variables complejas e incluso en dimensión infinita.

- **Tutor: Juan Monterde (departamento de Matemáticas: Geometría y Topología)**

  Título: La teselación no periódica de Penrose.

  Resumen: El reciente premio Nobel en Física (compartido con otras dos personas), Roger Penrose, ha recibido el galardón por el descubrimiento de que la formación de agujeros negros es una predicción robusta de la teoría general de la relatividad. Ahora bien, Penrose es conocido por otras diversas contribuciones a la física y a la matemática. Entre ellas hay una relacionada con la geometría: el descubrimiento de la primera teselación no periódica.
  Una teselación es un recubrimiento del plano utilizando piezas (teselas) pertenecientes a un conjunto finito de modelos. Las piezas se tienen que colocar sin que se monten unas sobre otras y sin que se dejen huecos entre ellas. Las teselaciones más sencillas utilizan un único modelo como por ejemplo, cuadrados, restángulos, tirángulos, hexágonos, etc.
  Estas teselaciones tienen la propiedad de que existen traslaciones que son simetrías de la teselación. Una teselación es periódica si existen traslaciones en dos direcciones diferentes que son simetrías de la teselación. El descubrimiento de Penrose consistió en encontrar dos tipos de piezas, que llamó ``cometa'' y ``dardo'' y que tienen forma aproximada de rombo y de punta de flecha, respectivamente, con las cuales se podía recubrir el plano pero de forma que los patrones de colocación no se repetían en absoluto.
  Para más información:
  https://en.wikipedia.org/wiki/Penrose_tiling

- **Tutor**: **Oscar Blasco de la Cruz (Departamento: Análisis Matemático)**

  Título: Métodos de interpolación de operadores.

Resumen: El objetivo del trabajo es presentar los métodos real y complejo de interpolación de operadores, que son las generalizaciones abstractas de los resultados de Marcel Riesz para el caso complejo y de Marcinkiewicz para el caso real. Se estudiarán los espacios de Lorentz y se preserntará la interpolación de espacios de Lebesgue por ambos métodos.

Requisitos: Conocimiento de Análisis real, complejo y funcional.

- **Tutor: Sergio López Ureña (Departamento de Matemáticas. Matemática aplicada)**

  Título: Filtros digitales

  Resumen: Se entiende por señal una función que contiene información sobre el comportamiento (o los atributos) de un sistema o fenómeno. Grabaciones de voz, electrocardiogramas, fotografías, cromatogramas, mapas meteorológicos, etc. son ejemplos de señales.

  En el procesamiento de señales, un filtro digital es un conjunto de operaciones que, realizadas sobre una señal discreta o digital, reducen o magnifica algún aspecto de interés de la señal. Un ejemplo clásico de filtrado sería la reducción del ruido: Dada una señal que presenta interferencias no deseadas, se plantea la reducción de estas.

  Se propone al estudiante una investigación bibliográfica del tema que concluya con la aplicación de uno de estos métodos en una aplicación que le resulte al estudiante de interés.

- **Tutor: Sergio López Ureña (Departamento de Matemáticas. Matemática aplicada)**

  Título: Métodos de optimización para problemas no-lineales y con restricciones

  Resumen: Dada una función acotada inferiormente en un dominio compacto, un método de optimización trata de hallar el mínimo de la función en dicho dominio. Cada método de optimización pone énfasis en diferentes propiedades: Velocidad de convergencia, capacidad para hallar un mínimo global entre múltiples mínimos locales, sencillez de ejecución, reducción de memoria, etc.
  En numerosas aplicaciones reales, la función es no-lineal y el dominio no-rectangular, por lo que en la literatura se ha estudiado en profundidad métodos para estos casos generales.
  Se propone al estudiante una investigación bibliográfica del tema que concluya con la aplicación de uno de estos métodos en una aplicación que le resulte al estudiante de interés.

(Sergio López propone uno de los dos trabajos anteriores, a elección del estudiante)

- **Tutor: Jesús Garcia Falset (Departamento de Análisis Matemático)**

  Título: Oscilaciones periódicas de la ecuación del péndulo con fricción.

Resumen: En este trabajo estudiaremos la existencia de soluciones periódicas tanto para la ecuación clásica del péndulo forzado como para la relativista y veremos las diferencias que hay entre ellas. Para este propósito se utilizarán técnicas de cálculo de variaciones (optimización) y teoría del punto fijo.

- **Tutor**: **Leila Lebtahi Cherouati (Departamento de Matemáticas: Geometría y Topología). Cotutor: Nestor Thome**

Título: Problema del Valor Propio Inverso Matricial

Resumen: Uno de los problemas que ha tenido mucho auge en la literatura en estos últimos años está en relación con el Problema del Valor Propio Inverso Matricial (Inverse Eigenvalue Problem). Los problemas inversos son parte importante de muchas disciplinas científicas como el diseño estructural, el modelado matemático y la identificación de parámetros, etc. El problema del valor propio inverso tiene como propósito la construcción de una matriz con una determinada estructura que posea cierto espectro predefinido. En la literatura, los problemas inversos de ese tipo introducen restricciones sobre la matriz de coeficientes del sistema. Por ejemplo, en (The solvability conditions for the inverse eigenvalue problem of Hermitian and generalized skew-Hamiltonian matrices and its approximation, Inverse Problems, 19, 5, (2003), 1185-1194), Zheng-Jian Bai resolvió el problema inverso para matrices antihamiltonianas generalizadas. Por su parte, en (Inverse eigenproblems and associated approximation problems for matrices with generalized symmetry or skew symmetry, Linear Algebra and its Applications 380 (2004) 199–211), William F. Trench estudió el problema en el caso de matrices con un cierto tipo de simetrías. Para el trabajo propuesto, se estudiarán las bases de este tipo de problemas para lo cual el alumno deberá revisar diferentes técnicas matriciales. Se considerarán algunos conjuntos factibles sobre los cuales tratar el problema y se analizarán las aplicaciones del mismo. Se realizará la programación correspondiente en algún software adecuado para obtener de manera sistematizada la solución de los problemas matriciales de optimización abordados.

El trabajo se escribirá en LaTeX.

- **Tutor: Enrique Llorens Fuster (Departamento de Análisis Matemático)**

Título: Teoría del punto fijo para aplicaciones no expansivas generalizadas

Resumen: Las aplicaciones entre espacios métricos con constante de Lipschitz igual a 1 se llaman *no expansivas*. El estudio de la existencia de puntos fijos de estas aplicaciones y su comportamiento asintótico es importante en muchos aspectos del análisis funcional no lineal, en particular en determinados aspectos de las desigualdades variacionales, y los operadores monótonos y acretivos.

Desde los años 60 del siglo XX se estudiaron ampliamente las propiedades de existencia de puntos fijos para las aplicaciones no expansivas que dejan invariante un conjunto cerrado acotado y convexo de un espacio de Banach de dimensión infinita. Se desarrolló una rica teoría, en la que hay aún numerosos problemas abiertos, pues se vio pronto que los resultados de existencia de puntos fijos dependen fuertemente de las propiedades de las topologías débiles de los espacios en que las aplicaciones están definidas, así como de las propiedades geométricas (rotundidad uniforme, etc.) de la norma de dichos espacios.

En paralelo al desarrollo de la teoría anterior, se definieron y estudiaron otras clases de aplicaciones más generales que las no expansivas, para las que se probaron también teoremas de existencia de puntos fijos y comportamiento asintótico.

Se pretende sistematizar y separar estas nuevas familias de aplicaciones y analizar los resultados recientes de existencia de puntos fijos existentes sobre ellas.

2. *Trabajos concertados*

- **Tutor: Alexandre Moreto (Departamento de Matemáticas: Álgebra)**

  Título: Órdenes de elementos en grupos finitos

  Estudiante: Juan Martínez Madrid

  Resumen: Baumslag y Wiegold demostraron en 2014 que un grupo finito G es nilpotente si y solo si o(xy)=o(x)o(y) para cualesquiera elementos x e y de G con (o(x),o(y))=1. Este resultado ha motivado mucha investigación. La tesis doctoral de A. Sáez se basó en estudiar qué se podía obtener si solo se suponía alguna relación de contenido entre el conjunto de primos divisores de o(xy) y el de o(x)o(y). En el trabajo de fin de grado del estudiante se partió de una relación de desigualdad entre o(xy) y o(x)o(y) y se obtuvieron resultados de naturaleza similar. Un resultado de Bastos, Monetta y Shumyatsky dice que G' es nilpotente si y solo si se cumple la condición o(xy=o(x)o(y) para los elementos x, y de orden coprimo que son conmutadores. Nos planteamos mejorar este resultado sustituyendo la hipótesis de igualdad entre órdenes por una hipótesis de desigualdad o de contenido de conjuntos de primos.

- **Tutor: Javier Falcó (Departamento de Análisis Matemático)**

  Título: Geometría de espacios localmente convexos

  Estudiante: Alejandro López García

  Resumen: En 1961 Bishop y Phelps demostraron la densidad en el espacio dual del conjunto de funcionales que alcanzan la norma.

Siguiendo las ideas de este resultado se han demostrado una aplia variedad de principios de mini-max y principios variacionales en diferentes contextos. En este trabajo realizaremos un estudio de los mismos desde el punto de vista de la teoría de los espacios localmente convexos